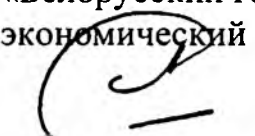


Учреждение образования
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный
экономический университет»

 А.В. Егоров

«28» 06 2024

Регистрационный № УД-6299-24 /уч.

ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-09-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика» (профилизация «Экономическая кибернетика»).

СОСТАВИТЕЛИ:

Т.А. Бородина, ассистент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»;

Ю.Л. Ратушева, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

И. В. Кашникова, заведующий кафедрой микропроцессорных систем и сетей Института информационных технологий учреждения образования «Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники», кандидат физико-математических наук, доцент;

А.В. Конюх, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 13 от 22.05.2024);

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям), «Прикладная математика» учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 11 от 26.06.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»
(протокол № 8 от 27. 06. 2024)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Основы высшей алгебры» ориентирована на изучение основных алгебраических объектов – матриц, определителей, систем линейных алгебраических уравнений, комплексных чисел многочленов, действий с ними, а также экономических задач, приводящих к таким объектам.

Цель преподавания учебной дисциплины – ознакомление обучающихся с различными видами экономических задач, решение которых приводится к действиям с математическими объектами, такими как матрицы, комплексные числа, определители, системы линейных алгебраических уравнений, многочлены.

Достижение поставленной цели предполагает решение следующих задач:

- знакомство с основными видами матриц и действий с ними;
- формирование основного набора понятий из теории комплексных чисел;
- освоение основных методов решения систем линейных алгебраических уравнений;
- изучение методов вычисления определителей;
- изучение основных свойств многочленов и их корней.

В результате изучения учебной дисциплины «Основы высшей алгебры» формируются следующие **базовые профессиональные компетенции**:

- применять основы дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа к решению прикладных задач;
- использовать методы аналитической геометрии и линейной алгебры при решении задач в области прикладной математики

В результате изучения учебной дисциплины студент должен **знать**:

- понятие матрицы, основные виды матриц;
- методы вычисления определителей;
- понятие обратной матрицы, ее свойства;
- основные виды систем линейных алгебраических уравнений;
- комплексные числа и их свойства;
- многочлены и их корни;

уметь:

- выполнять основные действия с матрицами;
- вычислять определители 2-го, 3-го и высших порядков;
- решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами;
- выполнять действия с комплексными числами;
- находить наибольший общий делитель многочленов, корни многочленов;
- применять алгебраические методы при решении задач специальности;

владеть:

- аппаратом алгебры;

- навыками использования матричных методов для решения задач линейной алгебры;
- алгебраическими методами, применяемыми для решения экономических задач, в том числе межотраслевого баланса.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Учебная дисциплина относится к модулю «Геометрия и алгебра» государственного компонента.

Учебные дисциплины, усвоение которых необходимо для изучения данной учебной дисциплины – «Аналитическая геометрия», «Математический анализ». Учебные дисциплины, для усвоения которых важна данная дисциплина – «Линейная алгебра», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Эконометрика», «Многомерный статистический анализ».

Форма получения образования – дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 216,

для дневной формы обучения:

аудиторных – 70 часов, из них лекции 36 часов, практические занятия – 34 часа.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

1 семестр – лекции 36 часов, практические занятия – 34 часа

Самостоятельная работа студента – 136 часов;

Трудоемкость – 6 з.ед.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Матрицы

Матрицы, виды матриц. Линейные операции над матрицами, их свойства. Умножение матриц, его свойства. Транспонирование матриц. Блочные матрицы. Степень квадратной матрицы, многочлены от матриц.

Тема 2. Определители

Определители матриц 1, 2 и 3-го порядков. Миноры и алгебраические дополнения элементов квадратных матриц, правило Лапласа для вычисления определителя. Свойства определителей. Вычисление определителей высшего порядка

Тема 3. Обратная матрица

Обратная матрица, алгоритм ее нахождения. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Элементарные преобразования строк матриц, ступенчатые матрицы, правило «прямоугольника». Нахождение обратной матрицы элементарными преобразованиями. Метод алгебраических дополнений.

Решение матричных уравнений вида $AX=B$, $XA=B$, $AXB=C$.

Тема 4. Системы линейных уравнений

Система линейных уравнений, ее матричная запись, виды систем линейных уравнений. Формулы Крамера. Метод обратной матрицы для решения СЛУ. Метод Гаусса, прямой и обратный ход

Тема 5. Экономические модели

Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Матрицы прямых и полных затрат, их свойства. Продуктивные модели Леонтьева. Основное уравнение межотраслевого баланса. Матрицы косвенных затрат. Модель равновесных цен

Тема 6. Комплексные числа

Понятие комплексного числа и его геометрическая интерпретация. Арифметические операции над комплексными числами. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная формы комплексного числа. Формула Муавра. Корни из единицы. Решение квадратных и биквадратных уравнений.

Тема 7. Группы, кольца, поля

Понятие группы, примеры групп. Подгруппа, порядок группы. Простейшие свойства групп.

Кольцо, примеры колец. Подкольцо, свойства колец.

Поле, подполе. Примеры полей. Числовые поля.

Тема 8. Многочлены

Понятие многочлена и его корней. Деление многочленов с остатком. Наибольший общий делитель многочленов (НОД), методы его нахождения. Деление многочлена на одночлен, схема Горнера. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на множители первой и второй степени. Основная теорема алгебры. Приводимость и неприводимость многочленов над числовым полем. Теорема Виета. Приближенное вычисление действительных корней уравнения.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ОСНОВЫ ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ»

Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
1 семестр										
Тема 1	Матрицы	4							[1]-[5]	Экспресс-опрос
	Матрицы		4						[1]-[5]	Опрос, учебное задание
Тема 2	Определители	4							[1]-[5]	Опрос
	Определители		4						[1]-[5]	Опрос, учебное задание
Тема 3	Обратная матрица	4							[1]-[5]	Опрос
	Обратная матрица		4						[1]-[5]	Опрос, учебное задание Контрольная работа
Тема 4	Системы линейных уравнений	4							[1]-[5]	Экспресс-опрос
	Системы линейных уравнений		4						[1]-[5]	Опрос, учебное задание
Тема 5	Экономические модели	6							[1]-[5]	Опрос
	Экономические модели		4						[1]-[5]	Учебное задание, опрос Контрольная работа
Тема 6	Комплексные числа	4							[1]-[5]	Экспресс-опрос
	Комплексные числа		4						[1]-[5]	Опрос, учебное задание

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

Литература

Основная:

1. Белько, И. В. Высшая математика для экономистов. 1 семестр : [линейная алгебра, аналитическая геометрия, дифференциальное исчисление, функции многих переменных] : экспресс-курс / И. В. Белько, К. К. Кузьмич. - 3-е изд., стер. - Москва : Новое знание, 2007. - 139 с. - (Экспресс-курс).
2. Березкина, Л. Л. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по физико-математическим специальностям / Л. Л. Березкина. - 2-е изд. - Минск : РИВШ, 2015. - 354 с. : ил.
3. Кастрица, О. А. Высшая математика для экономистов : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по экономическим специальностям / О. А. Кастрица. - 4-е изд., стер. - Минск : Новое знание ; Москва : ИНФРА-М, 2015. - 491 с. : ил. - (Высшее образование. Бакалавриат).
4. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра : учебник и практикум для академического бакалавриата : учебник для студентов, обучающихся по специальности 061800 "Математические методы в экономике" и другим экономическим специальностям / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман ; под ред. Н. Ш. Кремера ; Финансовый ун-т при Правительстве Рос. Федерации. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва : Юрайт, 2014. - 306, [15] с. : ил. - (Бакалавр. Академический курс) (Учебник. Практикум).
5. Размыслович, Г. П. Геометрия и алгебра : практикум : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по специальностям "Прикладная математика", "Информатика", "Актуарная математика" и направлениям специальностей "Экономическая кибернетика", "Компьютерная безопасность", "Прикладная информатика" / Г. П. Размыслович, А. В. Филиппов, В. М. Ширяев. - Минск : Вышэйшая школа, 2018. - 380, [2] с. : ил.

Дополнительная:

1. Беклемишев, Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев. – М.: Наука, 1980.
2. Белявский, С.С. Высшая математика: решение задач / С.С. Белявский, Н.А. Широкова – Минск: Вышэйшая школа, 2004.
3. Березкина, Л. Л. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по физико-математическим специальностям / Л. Л. Березкина. - Минск : РИВШ, 2012. - 354 с.
4. Бортаковский, А. С. Аналитическая геометрия в примерах и задачах : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 2-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 496 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011202-2. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1069929> (дата обращения: 11.10.2021). – Режим

доступа: по подписке.

5. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра в примерах и задачах : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 3-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2020. — 592 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010586-4. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1045621> (дата обращения: 11.10.2021). – Режим доступа: по подписке.

6. Бортаковский, А. С. Линейная алгебра и аналитическая геометрия. Практикум : учебное пособие / А. С. Бортаковский, А. В. Пантелеев. — 2-е изд., стер. — Москва : ИНФРА-М, 2019. — 352 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-010206-1. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1014764> (дата обращения: 11.10.2021). – Режим доступа: по подписке.

7. Высшая математика для экономистов : Учебник для вузов по экон. спец. / Н. Ш. Кремер [и др.] ; Под ред. Н. Ш. Кремера. - 2-е изд., перерб. и доп. - Москва : ЮНИТИ : Банки и биржи, 1998. - 471 с.

8. Закон Республики Беларусь «Об информации, информатизации и защите информации» от 10.11.2008 №455-3

9. Конюх, А.В. Сборник задачи упражнений по высшей математике для экономических специальностей. Часть I / А.В. Конюх, Косьянчук В.В., Майоровская СВ. – Минск: БГЭУ, 2008.

10. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры / А.Г. Курош. – СПб.: Лань, 2012.

11. Общий курс высшей математики для экономистов / Ю.Н. Ермакова [и др.]; под.ред. Ю.Н. Ермакова. – М.: ИНФРА, 2001.

12. Орлова, И.В. Линейная алгебра и аналитическая геометрия для экономистов / И.В. Орлова, В.В. Угрозов, Е.С. Филонова. – М.: Из-во Юрлайт, 2015.

13. Постановление Совета безопасности Республики Беларусь «О концепции информационной безопасности Республики Беларусь» от 18.03.2019 №1.

14. Рудык, Б. М. Линейная алгебра : учебное пособие / Б. М. Рудык. - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 318 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-004533-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1010102> (дата обращения: 11.10.2021). – Режим доступа: по подписке.

15. Рябушко, А. П. Высшая математика : теория и задачи : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — 2-е изд. — Минск : Вышэйшая школа, 2017—. — Ч. 1: Линейная и векторная алгебра. Аналитическая геометрия. Дифференциальное исчисление функций одной переменной. — 2017. — 302, [1] с. : ил., табл.

16. Сборник задач по алгебре и аналитической геометрии / А.С. Феденко [и др.]; под.ред. А.С. Феденко. – Минск: Унверсітэцкае, 1997.

17. Солодовников, А.С. Математика в экономике: В 2 ч. / А.С. Солодовников, В.А. Бабайцев, А.В. Браилов. – М.: Финансы и статистика, 1998-1999.

18. Тышкевич, Р.И. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / Р.И. Тышкевич, А.С. Феденко. – Минск.: Вышэйшая школа, 1997.

19. Шевцов, Г. С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1015326> (дата обращения: 11.10.2021). – Режим доступа: по подписке.

20. Яблонский, А. И. Высшая математика : общий курс : учебник для студентов экономических специальностей вузов / под общ. ред. Самаля С. А. — 2-е изд., перераб. — Минск : Выш.шк., 2000. — 351 с. : ил.,табл.

Перечень вопросов для проведения экзамена

1. Понятие матрицы, основные виды матриц. Элементы матриц. Ступенчатые матрицы, трапециевидные матрицы. Вектор-столбец, вектор-строка.
2. Линейные операции над матрицами, их свойства (сложение матриц, умножение матрицы на число).
3. Транспонирование матриц, его свойства.
4. Умножение матриц, его свойства.
5. Коммутирующие матрицы, коммутатор квадратных матриц. Попарно коммутирующие матрицы. Свойства коммутирующих матриц.
6. Квадратные матрицы, их основные виды.
7. Степени квадратных матриц. Свойства степеней матриц.
8. Многочлены от матриц. Аннулирующий многочлен.
9. Эквивалентные матрицы. Элементарные преобразования строк матриц.
10. Ранг матрицы. Методы вычисления ранга матрицы.
11. Определители матриц 1, 2 и 3-го порядков. Методы вычисления определителей.
12. Свойства определителей.
13. Миноры и алгебраические дополнения элементов квадратных матриц.
14. Определители высших порядков, методы их вычисления.
15. Понятие обратной матрицы. Свойства обратных матриц.
16. Методы нахождения обратной матрицы (метод алгебраических дополнений).
17. Методы нахождения обратной матрицы (метод элементарных преобразований)
18. Решение матричных уравнений $AX=B$ (2 способа)
19. Решение матричных уравнений $BX=C$ (2 способа)
20. Решение матричных уравнений $AXB=C$ (2 способа)
21. Система линейных уравнений, ее матричная запись, виды систем линейных уравнений.
22. Совместность и определенность системы линейных уравнений. Методы решения неоднородных СЛАУ.
23. Метод Крамера для решения СЛАУ.
24. Метод обратной матрицы для решения СЛАУ.
25. Метод элементарных преобразований для решения СЛАУ.
26. Однородные СЛАУ, методы их решения.
27. Модель межотраслевого баланса, ее табличное представление.
28. Коэффициенты прямых затрат. Матрица прямых затрат.
29. Продуктивные матрицы. Основное уравнение межотраслевого баланса.
30. Матрица полных затрат. Коэффициенты полных затрат, их экономический смысл. Матрицы косвенных затрат. Разложение в ряд Неймана.
31. Прямые и полные затраты труда в межотраслевом балансе.
32. Прогнозные значения цен на продукцию отраслей в межотраслевом балансе.

33. Группы, свойства групп, примеры групп. Коммутативные группы.
34. Простейшие свойства групп.
35. Подгруппа, примеры подгрупп. Порядок группы, конечная группа.
36. Кольца, свойства колец.
37. Примеры колец. Кольцо с единицей. Коммутативное кольцо. Подкольцо.
38. Простейшие свойства колец.
39. Поля, свойства полей.
40. Примеры полей. Подполе, числовое поле.
41. Комплексное число, его действительная и мнимая части, мнимая единица. Чисто мнимое число. Равные комплексные числа. Взаимно сопряженные комплексные числа.
42. Арифметические действия с комплексными числами (сложение, вычитание, умножение, деление).
43. Свойства арифметических действий с комплексными числами.
44. Свойства сопряженных комплексных чисел.
45. Геометрическое представление комплексных чисел. Радиус-вектор, аргумент и модуль комплексного числа.
46. Свойства модуля комплексного числа. Тригонометрическая форма комплексного числа.
47. Действия с комплексными числами в тригонометрической форме (умножение, деление, возведение в степень, извлечение корня n -й степени).
48. Формула Эйлера. Экспоненциальная форма комплексного числа. Действия с комплексными числами в экспоненциальной форме.
49. Комплексные корни из единицы, их геометрическое представление.
50. Решение квадратных и биквадратных уравнений с отрицательным дискриминантом.
51. Понятие многочлена. Степень многочлена, свойства степеней.
52. Деление многочленов. Частное и остаток от деления. Теорема Безу.
53. Способы нахождения частного и остатка при делении многочленов.
54. Делители многочлена. Наибольший общий делитель многочленов. Алгоритм Евклида.
55. Деление многочлена на одночлен. Схема Горнера.
56. Разложение многочлена по степеням одночлена, основные методы разложения.
57. Корень многочлена. Корень многочлена кратности k . Основная теорема алгебры и следствие из нее.
58. Многочлены с действительными коэффициентами. Теорема о комплексных корнях.
59. Приводимость и неприводимость многочленов над числовым полем. Теорема Виета о взаимосвязи корней и коэффициентов многочлена.
60. Приближенные методы вычисления корней уравнений.

Организация самостоятельной работы студентов

Для получения компетенций по учебной дисциплине важным этапом является самостоятельная работа студентов.

На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 136 часов.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- ознакомление со списком рекомендуемой литературы по дисциплине в целом и ее разделам, наличие ее в библиотеке и других доступных источниках, изучение необходимой литературы по теме, подбор дополнительной литературы;
- самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;
- углубленное изучение разделов, тем, отдельных вопросов, понятий;
- подготовка к практическим и лабораторным занятиям;
- работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- подготовка к выполнению диагностических форм контроля (тесты, контрольные работы, устные опросы и т.п.);
- подготовка к сдаче промежуточной аттестации.

Контроль качества усвоения знаний

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации.

Мероприятия *текущего* контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- опрос;
- учебное задание;
- иные формы.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой зачтено или не зачтено в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения мероприятий текущего контроля) по учебной дисциплине предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

Итоговая аттестация проводится в форме экзамена (1 семестр).

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

При формировании итоговой оценки на экзамене используется рейтинговая система оценки знаний обучающихся, дающая возможность проследить и оценить динамику процесса достижения целей обучения.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, изучение с которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
1	2	3	4
1. Математический анализ	Кафедра высшей математики	Замечаний и предложений нет  А.В. Марков	