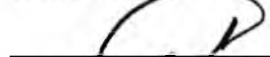


Учреждение образования
«Белорусский государственный экономический университет»

УТВЕРЖДАЮ

Ректор учреждения образования
«Белорусский государственный
экономический университет»

 А.В. Егоров

«28» 06 2024.

Регистрационный № УД- 5944-24уч.

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Учебная программа учреждения образования
по учебной дисциплине для специальности
6-05-0533-09 «Прикладная математика»

Учебная программа составлена на основе образовательного стандарта общего высшего образования ОСВО 6-05-0533-09-2023 и учебного плана по специальности 6-05-0533-09 «Прикладная математика».

СОСТАВИТЕЛИ:

А.В. Марков, заведующий кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент;

В.А. Рабцевич, доцент кафедры высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

Н.Н. Коваленко, профессор кафедры общей математики Белорусского государственного университета, доктор физико-математических наук, профессор;

Ю.Л. Ратушева, доцент кафедры математических методов в экономике учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет», кандидат физико-математических наук, доцент.

РЕКОМЕНДОВАНА К УТВЕРЖДЕНИЮ:

Кафедрой высшей математики учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 8 от 27.03.2024)

Методической комиссией по специальностям «Экономическая кибернетика (по направлениям)», «Прикладная математика», «Экономика (профилизация «Анализ данных в экономике и бизнесе»)» учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 9 от 02.05.2024);

Научно-методическим советом учреждения образования «Белорусский государственный экономический университет»

(протокол № 8 от 27.06.2024)

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Учебная программа по учебной дисциплине «Теория функций комплексного переменного» направлена на расширение базовой части запаса знаний, необходимых будущим специалистам в процессе учебы и в дальнейшем для успешной работы. Фундаментальные понятия, методы и модели теории функций комплексного переменного находят весьма широкое применение в большинстве разделов современной математики. Изучение данного курса, умение применять эти методы к задачам математического анализа, овладение средствами моделирования реальных явлений и процессов являются необходимыми элементами математического образования будущих экономистов -кибернетиков

Цели учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного»:

- создание базы для освоения основных понятий и методов современной математики;
- изложение основ комплексного анализа и возможностей его использования в моделях классического и современного естествознания;
- формирование у студентов умений использования технических возможностей комплексного анализа, самостоятельного построения и исследования математических моделей.

Достижение поставленных целей предполагает решение следующих **задач** при изучении учебной дисциплины:

- освоение важнейших понятий теории функций комплексного переменного (предел, непрерывность, дифференцируемость);
- знакомство с понятием многозначных функций комплексного переменного и понятием аналитического продолжения;
- изучение основ теории интегрирования и освоение специальных приемов интегрирования функций комплексного переменного, в том числе различных аспектов теории вычетов;
- проработка элементов теории рядов в комплексной области и характеристики особых точек однозначного характера.

В результате изучения учебной дисциплины «Теория функций комплексного переменного» формируются следующие базовые профессиональные компетенции:

БПК-1: Решать математические задачи и строить логические цепочки утверждений.

БПК-2: Применять основы дифференциального и интегрального исчисления, методы математического анализа к решению прикладных задач.

В результате изучения учебной дисциплины студент должен:

знать:

- основные понятия теории функций одной комплексной переменной;
- алгоритмы решения задач комплексного анализа;
- новейшие достижения в области теории функций комплексного переменного применительно к задачам естествознания;

уметь:

- использовать основные результаты комплексного анализа в математике;
- использовать теоретические основы теории функций комплексного переменного в практической деятельности;

владеть:

- методами теории аналитических функций;
- методами решения основных вычислительных задач теории функций комплексного переменного.

В рамках образовательного процесса по данной учебной дисциплине студент должен приобрести не только теоретические и практические знания, умения и навыки по специальности, но и развивать свой ценностно-личностный, духовный потенциал, сформировать качества патриота и гражданина, готового к активному участию в экономической, производственной, социально-культурной и общественной жизни страны.

Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» входит в модуль «Математический анализ» и относится к государственному компоненту учебного плана специальности.

Для изучения данной учебной дисциплины необходимо усвоение дисциплин «Математический анализ», «Числовые и функциональные ряды», «Несобственные интегралы», «Основы высшей алгебры» и «Аналитическая геометрия». Учебная дисциплина «Теория функций комплексного переменного» важна при изучении дисциплины «Уравнения математической физики».

Форма получения высшего образования: дневная.

В соответствии с учебным планом университета на изучение учебной дисциплины отводится:

общее количество учебных часов – 108, аудиторных – 64 часа, из них лекции 32 часа, практические занятия – 32 часа.

Распределение аудиторного времени по курсам и семестрам:

4 семестр - лекции 32 часа, практические занятия – 32 часа.

Самостоятельная работа студента – 44 часа.

Трудоемкость учебной дисциплины составляет 3 зачетные единицы.

Форма промежуточной аттестации – экзамен.

СОДЕРЖАНИЕ УЧЕБНОГО МАТЕРИАЛА

Тема 1. Введение в комплексный анализ

Предмет теории функций комплексного переменного. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние. Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.

Тема 2. Дифференцируемые функции комплексного переменного

Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции). Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.

Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.

Тема 3. Элементарные аналитические функции

Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.

Линейная и дробно-линейная функции. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.

Функция Жуковского. Профили Жуковского.

Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).

Тригонометрические функции, их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).

Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).

Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).

Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).

Обратные тригонометрические и гиперболические функции (свойства, выделение однозначной ветви).

Тема 4. Интегрирование функций комплексного переменного

Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.

Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.

Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем. Интегралы Пуассона и Шварца.

Тема 5. Последовательности и ряды аналитических функций

Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.

Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.

Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.

Тема 6. Ряд Лорана и особые точки однозначного характера

Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.

Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера. Полус и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.

Тема 7. Теория вычетов и ее приложения. Аналитических продолжение.

Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов. Логарифмический вычет, принцип аргумента. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области. Понятие аналитического продолжения. Целые и мероморфные функции.

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКАЯ КАРТА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ «ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО»

Дневная форма получения высшего образования

Номер раздела, темы	Название раздела, темы	Количество аудиторных часов							Литература	Формы контроля знаний
		лекции	практические занятия	семинарские занятия	лабораторные занятия	Количество часов управляемой самостоятельной работы				
						лекции	практические занятия	семинарские занятия		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	11	12
4 семестр										
Тема 1	Введение в комплексный анализ	2							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Введение в комплексный анализ		2						[3, 5]	Решение задач.
Тема 2	Дифференцируемые функции комплексного переменного	4							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос. Тест.
	Дифференцируемые функции комплексного переменного		4						[3, 5]	Решение задач.
Тема 3	Элементарные аналитические функции	4							ЭК, [1, 5]	Проверка конспекта. Выборочный опрос.
	Элементарные аналитические функции		4						[3, 5]	Контрольная работа
Тема 4	Интегрирование функций комплексного переменного	6							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос. Тест.
	Интегрирование функций комплексного переменного		6						[3, 5]	Решение задач. Контрольная работа
Тема 5	Последовательности и ряды аналитических функций	6							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос
	Последовательности и ряды аналитических		4						[3, 5]	Решение задач. Тест.

	функций									
Тема 6	Ряд Лорана и особые точки однозначного характера	6							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Ряд Лорана и особые точки однозначного характера		6						[3, 5]	Решение задач.
Тема 7	Теория вычетов и ее приложения	4							ЭК, [1, 5]	Выборочный опрос.
	Теория вычетов и ее приложения		6						[3, 5]	Решение задач. РГР
	Итого 4 семестр	32	32							Экзамен
	Всего	32	32							

ИНФОРМАЦИОННО-МЕТОДИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

ЛИТЕРАТУРА

Основная:

1. Кротов, В. Г. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / В. Г. Кротов, Е. А. Ровба, А. П. Старовойтов [и др.]. — Минск : Вышэйшая школа, 2019. — 431 с. — ISBN 978-985-06-3071-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/174652> (дата обращения: 30.03.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
2. Зверович, Э. И. Вещественный и комплексный анализ : учебное пособие / Э. И. Зверович. — Минск : Вышэйшая школа, [б. г.]. — Часть 6 : Теория аналитических функций комплексного переменного — 2008. — 319 с. — ISBN 978-985-06-1547-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/65400> (дата обращения: 30.03.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
3. Рябушко, А. П. Высшая математика: теория и задачи: учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по техническим специальностям : в 5 ч. / А. П. Рябушко, Т. А. Жур. — Минск : Вышэйшая школа, 2016–2018. — Ч. 4: Криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Функции комплексной переменной. — 2017. — 254, [1] с. — ISBN 978-985-06-2814-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/111312> (дата обращения: 30.03.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4. Шабунин, М. И. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Ю. В. Сидоров. — 5-е изд., электрон. — Москва : Лаборатория знаний, 2020. — 303 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=595464> (дата обращения: 30.03.2024). — Библиогр.: с. 295. — ISBN 978-5-00101-916-9. — Текст : электронный.

Дополнительная:

5. Гусак, А. А. Теория функций комплексной переменной и операционное исчисление : справочное пособие к решению задач : справочник : в 2 томах : / А. А. Гусак, Е. А. Бричикова, Г. М. Гусак. — Минск : ТетраСистемс, 2002. — Том 1. — 208 с. : табл., ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572291> (дата обращения: 30.03.2024). — Библиогр. в кн. — ISBN 985-470-054-2. — Текст : электронный.
6. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Том 3. В 2 кн. Книга 2. Ряды. Функции комплексного переменного : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2024. —

- 219 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8645-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/538130> (дата обращения: 30.03.2024).
7. Половинкин, Е. С. Теория функций комплексного переменного : учебник / Е.С. Половинкин. — 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : ИНФРА-М, 2022. — 253 с. — (Высшее образование: Бакалавриат). — DOI 10.12737/1845987. - ISBN 978-5-16-017359-7. - Текст : электронный. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/1845987> (дата обращения: 30.03.2024). — Режим доступа: по подписке.
 8. Шабунин, М. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / М. И. Шабунин, Е. С. Половинкин, М. И. Карлов. — 4-е изд. (эл.). — Москва : Лаборатория знаний, 2015. — 365 с. — ISBN 978-5-9963-2658-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/70732> (дата обращения: 16.03.2024). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
 9. Чуешев, В. В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие: в 4 частях / В. В. Чуешев, Н. А. Чуешева; Кемеровский государственный университет. — Изд. 3-е, испр. и доп. — Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2018. — Часть 1. — 154 с. : ил. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=572683> (дата обращения: 30.03.2024). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-8353-1897-1. - ISBN 978-5-8353-1905-3 (Часть 1). — Текст : электронный.
 10. Чуешев, В. В. Теория функций комплексного переменного : учебное пособие: в 4 частях / В. В. Чуешев, Н. А. Чуешева; Кемеровский государственный университет. — 3-е изд., исправ. и доп. — Кемерово: Кемеровский государственный университет, 2020. — Часть 2. — 162 с. — Режим доступа: по подписке. — URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=600355> (дата обращения: 30.03.2024). — Библиогр. в кн. — ISBN 978-5-8353-2604-4 (Ч. 2). - ISBN 978-5-8353-1897-1. — Текст : электронный.

Перечень вопросов для проведения экзамена

1. Основные определения и факты, связанные с комплексными числами. Расширенная комплексная плоскость.
2. Сфера Римана, стереографическая проекция, сферическое расстояние.
3. Топология (расширенной) комплексной плоскости. Предел, непрерывность.
4. Дифференцируемые функции комплексного переменного. Правила дифференцирования (производная и арифметические операции, производная сложной функции, производная обратной функции).
5. Условия Коши-Римана. Аналитические функции. Геометрический смысл аргумента и модуля производной.
6. Понятие о конформных отображениях. Однолиственность. Принцип сохранения области. Критерий локальной однолиственности.
7. Степенная функция с натуральным показателем, полиномы.
8. Линейная и дробно-линейная функции.
9. Конформность и групповое свойство. Круговое свойство. Неподвижные точки. Сохранение симметрии. Автоморфизмы единичного круга.
10. Понятие о теореме Римана о конформной эквивалентности односвязных областей и о соответствии границ при конформном отображении.
11. Понятие о многозначных аналитических функциях, их точках ветвления.
12. Функция Жуковского. Профили Жуковского.
13. Показательная функция и ее свойства (групповое свойство, формула Эйлера, экспоненциальная форма записи комплексных чисел, множество значений, периодичность).
14. Тригонометрические функции их свойства (четность, периодичность, формулы сложения, множества значений).
15. Гиперболические функции и их свойства (связь с тригонометрическими функциями, формулы сложения, множества значений).
16. Логарифмическая функция и ее главное значение, свойства (связь с экспоненциальной функцией, групповое свойство, выделение однозначной ветви).
17. Степенная функция и степень ее многозначности в зависимости от показателя (случаи целого, рационального и иррационального действительного показателя).
18. Обратные тригонометрические и гиперболические функции. (свойства, выделение однозначной ветви).
19. Пути и кривые на плоскости. Комплексные криволинейные интегралы. Первообразная, формула Ньютона-Лейбница.
20. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши.
21. Бесконечная дифференцируемость аналитических функций, формулы Коши для производных аналитических функций. Теорема Морера.
22. Гармонические функции, их связь с аналитическими. Принцип максимума, теорема единственности, теорема о среднем.
23. Интегралы Пуассона и Шварца.

24. Функциональные последовательности и ряды. Виды сходимости. Сходимость, равномерная внутри области. Теорема Вейерштрасса о последовательностях и рядах аналитических функций. Теорема Рунге.
25. Степенной ряд, теорема Абеля. Радиус сходимости. Формула Коши – Адамара. Аналитичность суммы степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд, единственность разложения, ряд Тейлора. Действия со степенными рядами.
26. Нули аналитической функции, порядок нуля. Теорема единственности для аналитических функций.
27. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической функции в ряд Лорана, единственность разложения. Формулы для коэффициентов разложения, неравенства Коши.
28. Теорема об устранимой особой точке, теорема Лиувилля. Классификация изолированных особых точек однозначного характера.
29. Полус и существенно особая точка. Случай бесконечно удаленной точки.
30. Теорема Сохоцкого, понятие о теореме Пикара.
31. Определение вычета, теорема о вычетах. Формулы для вычисления вычетов. Применение к вычислению интегралов.
32. Логарифмический вычет, принцип аргумента.
33. Теорема Руше, теорема Гурвица. Принцип сохранения области.
34. Понятие аналитического продолжения.
35. Целые и мероморфные функции.

Организация самостоятельной работы студентов

В овладении знаниями учебной дисциплины важным этапом является самостоятельная работа студентов. На самостоятельную работу обучающегося дневной формы получения образования отводится 44 часа.

Содержание самостоятельной работы обучающихся включает все темы учебной дисциплины из раздела «Содержание учебного материала».

При изучении учебной дисциплины используются следующие формы самостоятельной работы:

- самостоятельная работа в виде решения индивидуальных задач в аудитории во время проведения практических занятий под контролем преподавателя в соответствии с расписанием учебных занятий;
- углубленное изучение разделов, тем, отдельных вопросов, понятий;
- выполнение расчетно-графических работ;
- подготовка к выполнению контрольных работ;
- подготовка к практическим занятиям;
- работа с учебной, справочной, аналитической и другой литературой и материалами;
- составление обзора научной литературы по заданной теме;
- подготовка к сдаче промежуточной аттестации.

Для организации самостоятельной работы студентов по учебной дисциплине «Теория функций комплексного переменного» используются современные информационные ресурсы: размещается на образовательном портале и в электронной библиотеке комплекс учебных, учебно-методических материалов и средств самодиагностики.

Контроль качества усвоения знаний

Диагностика качества усвоения знаний проводится в рамках текущего контроля и промежуточной аттестации.

Мероприятия *текущего* контроля проводятся в течение семестра и включают в себя следующие формы контроля:

- контрольная работа;
- тест;
- расчетно-графическая работа;
- экспресс-опрос на аудиторных занятиях;
- выборочный опрос;
- учебное задание;
- иные формы.

Результат текущего контроля за семестр оценивается отметкой в баллах по десятибалльной шкале и выводится исходя из отметок, выставленных в ходе проведения мероприятий текущего контроля в течение семестра.

Требования к обучающемуся при прохождении промежуточной аттестации.

Обучающиеся допускаются к промежуточной аттестации по учебной дисциплине при условии успешного прохождения текущей аттестации (выполнения всех контрольных работ со средней оценкой не ниже 4 баллов) по учебной дисциплине, предусмотренной в текущем семестре данной учебной программой.

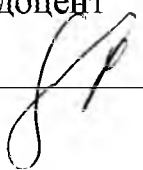
Промежуточная аттестация проводится в форме экзамена.

Методика формирования отметки по учебной дисциплине

В соответствии с Положением о рейтинговой системе оценки знаний, умений и навыков студентов БГЭУ (приказ ректора от 20.12.2014 2014 № 1136-А), отметка по учебной дисциплине формируется с учетом сводного рейтинга Гсв и оценки письменно-устного ответа на экзамене как их взвешенная сумма с коэффициентами 0,4 и 0,6 с последующим округлением до целого. При получении оценки 4 и выше экзамен считается сданным успешно.

Рейтинг Гсв формируется суммированием средней оценки по контрольным работам (рейтинг Госн) и активности на аудиторных занятиях (рейтинг Гауд) с коэффициентами 0,7 и 0,3.

**ПРОТОКОЛ СОГЛАСОВАНИЯ УЧЕБНОЙ ПРОГРАММЫ
С ДРУГИМИ УЧЕБНЫМИ ДИСЦИПЛИНАМИ СПЕЦИАЛЬНОСТИ**

Название учебной дисциплины, которой требуется согласование	Название кафедры	Предложения об изменениях в содержании учебной программы учреждения высшего образования по учебной дисциплине	Решение, принятое кафедрой, разработавшей учебную программу (с указанием даты и номера протокола)
Уравнения математической физики	Кафедра высшей математики	Замечаний и предложений нет Заведующий кафедрой высшей математики, канд. физ.-мат. наук, доцент  А.В. Марков	Учебную программу по учебной дисциплине «Теория функций комплексного переменного» рекомендовать к утверждению (протокол № 8 от 27 марта 2024).