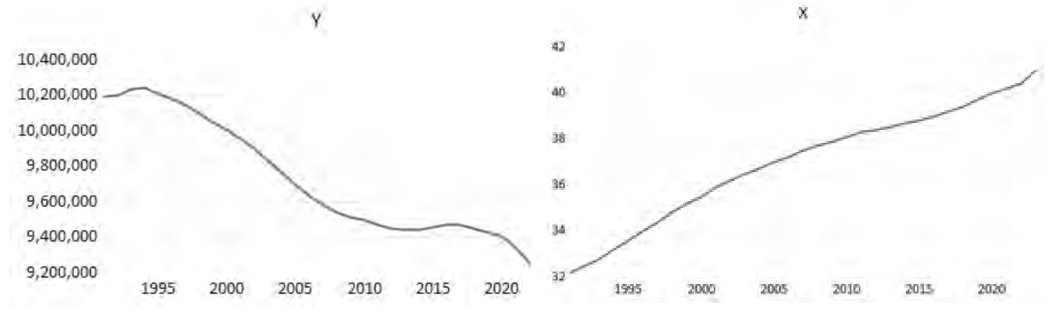

Рисунок 1. Графики численности населения и медианного возраста

Примечание – Источник: собственная разработка.

Визуальный анализ графиков временных рядов говорит о наличии тренда в их уровнях, следовательно, временные ряды стационарными не являются. По результатам проведения теста Дики – Фуллера для первых разностей можно сделать вывод, что наши временные ряды – интегрируемые процессы одного (первого) порядка. Для проверки предположения о наличии причинно-следственной связи между рядами был использован тест Грэнджера на причинность, который позволил заключить, что оба временных ряда являются взаимозависимыми, построение модели зависимости численности населения от медианного возраста обоснованно.

Модель, построенная по первым разностям, и модель взаимосвязи временных рядов с использованием метода отклонений от тренда имеют плохое качество. Далее была построена модель взаимосвязи временных рядов по первым разностям с включением лаговой переменной.

$$\Delta y_t = 132593\Delta x_t - 255696\Delta x_{t-2} + \varepsilon_t; \overline{R}^2 = 0{,}42; DW = 1{,}99;$$
$$t_{ст}(2{,}34)(-4{,}61)$$

Остатки модели гомоскедастичны, автокорреляция в остатках отсутствует. О хороших прогнозных свойствах модели говорит величина ошибки аппроксимации, равная 0,16%, качество модели хорошее. Построенная модель позволяет сделать следующие выводы: при увеличении медианного возраста на 1 год численность населения увеличится в среднем на 132 593 человека, при условии неизменности медианного возраста два года назад. Если же медианный возраст два года назад увеличится на 1 год, численность населения в среднем уменьшится на 255 696 человек при неизменности медианного возраста в текущем периоде. Интервальный прогноз численности населения в Республике Беларусь на 2023 г. при среднем возрасте 41 год с вероятностью 0,99 составит от 9 197 713 до 9 348 079 человек. Численность населения в Республике Беларусь в 2023 г. составила 9 200 617 человек.

Список использованных источников

1. Эконометрика : учебник для бакалавриата и магистратуры / И. И. Елисеева [и др.] ; под ред. И. И. Елисеевой. – М. : Изд-во Юрайт, 2017.

С. П. Макаревич
М. П. Дымков
БГЭУ (Минск)

К ЗАДАЧЕ ОПТИМИЗАЦИИ БАЛАНСА ФИНАНСОВ ФИРМЫ

Рассмотрим фирму с известным спросом на денежные средства. Для обеспечения этого спроса фирма должна иметь соответствующий запас наличных средств в кассе. С одной стороны, если фирма будет держать слишком большой запас наличных денег, она будет терять деньги с точки зрения альтернативных издержек, поскольку может получить более высокую прибыль, покупая надежные активы, например, облигации. С другой стороны, если фирма имеет слишком малый запас наличности, то она вынуждена продавать ценные бумаги для обеспечения спроса на наличные и, следовательно, должна платить комиссионные брокеру и нести убытки. Таким образом, задача состоит в нахождении баланса между спросом на наличные и другими активами.

Постановка задачи. Для каждого момента времени t, $t \in [0, T]$, пусть $x(t)$ обозначает объем наличных денег (в тыс. руб.), $y(t)$ – объем других активов, $d(t)$ – мгновенная ставка (норма) спроса на наличные деньги, $r_1(t)$ – процентная ставка, начисленная на остаток денежных средств, $r_2(t)$ – процентная ставка, начисленная на остаток ценных бумаг, $u(t)$ – курс продажи ценных бумаг, причем отрицательное значение ставки продаж означает ставку покупки, α – комиссионное вознаграждение брокеру (например, за 1 тыс. руб. стоимости проданных или купленных ценных бумаг), T – горизонт планирования. Будем предполагать, что скорость изменения наличных денег и объемов ценных бумаг описывается следующими уравнениями:

$$\frac{dx}{dt} = r_1(t) - d(t) + u(t) - \alpha \cdot |u(t)|, \quad \frac{dy}{dt} = r_2(t) - u(t), y(0) = 0, x(0) = 0 . \quad (1)$$

Предполагается, что в качестве управления рассматривается функция $u(t)$, удовлетворяющая ограничениям: $-u_1 \le u(t) \le u_2$, $(u_1 > 0, u_2 > 0)$.

Задача оптимизации заключается в нахождении управления $u(t)$, $t \in [0, T]$, такого, что функционал качества вида $J(u) = x(T) + y(T)$ достигает максимума на решениях системы уравнений (1) при заданных ограничениях на управление.

Оптимальную стратегию продаж и покупок ценных бумаг определим в соответствии с принципом максимума Понтрягина [1; 2], выбирая $u(t)$ так, чтобы максимизировать гамильтониан $H(x, y, u, t) = \lambda_1(r_1 x - d + u - \alpha|u|) + \lambda_2(r_2 y - u)$. Сопряженные переменные $\lambda_1(t), \lambda_2(t)$ ведут себя примерно так же, как и двойственные переменные в линейном (и нелинейном) программировании. Разница в том, что здесь сопряженные переменные зависят от времени и удовлетворяют специальным дифференциальным уравнениям, построенным по параметрам исходной задачи. Сопряженные переменные имеют естественную интерпретацию: λ_1 – это будущая стоимость (в момент времени t) 1 тыс. руб., хранящейся на денежном счете с момента t до T, а λ_2 – это будущая стоимость 1 тыс. руб., вложенной в ценные бумаги с момента t до T. Другими словами, $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2)$ – это предельная стоимость единицы капитала в момент времени t, которую также называют теневой ценой единицы капитала в момент времени t. При этом уравнения для сопряженных переменных превращаются в соотношения равновесия – предельные издержки равны предельной выручке, что коррелирует с подобными понятиями в экономической литературе. Отметим, что гамильтониан $H(x, y, u, t)$ можно интерпретировать как суммарную (от прямых и непрямых вложений) норму прибыли, которая должна быть максимизирована в каждый момент времени t. Обсуждаются обобщения данной модели на случай запрета овердрафта и коротких продаж, разрешения инвестиции за счет прибыли, долга и внешнего капитала.

Список использованных источников

1. Габасов, Р. Ф. Принцип максимума в теории оптимального управления / Р. Ф. Габасов, Ф. М. Кириллова. – Минск : Наука и техника, 1974. – 272 с.

2. Галеев, Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи / Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. – М. : Эдиториал, 2000. – 320 с.