

2. Бельзецкий, А. Методологические основы холизма / А. Бельзецкий // Бизнес. Инновации. Экономика : сб. науч. ст. – 2023. – Вып. 8. – С. 147–157.

3. Бельзецкий, А. Рынок как организованная целостность / А. Бельзецкий // Вестн. Ин-та экономики НАН Беларуси : сб. науч. тр. – 2022. – Вып. 5. – С. 83–97.

Н. Н. Гилева
М. П. Дымков
БГЭУ (Минск)

СИНТЕЗ ОПТИМАЛЬНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ

В работе рассматривается задача оптимального управления следующего вида:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + bu, |u| \leq 1, t_0 \leq t \leq t_1, x(t_0) = x_0 \quad (1)$$

$$Hx(t_1) = g, J(u) = c'x(t_1) \rightarrow \max.$$

Задача синтеза заключается в построении дифференциального уравнения вида:

$$\frac{dx}{dt} = Ax + bv(x), x(s) = x_s, t_0 \leq s \leq t_1, Hx(t_1) = g, \quad (2)$$

решения которого описывают множество всех оптимальных траекторий в исходной задаче (1). Оптимальное управление, построенное в форме обратной связи $u^0 = v(x)$, наиболее привлекательно для конструирования систем автоматического регулирования. Задачи оптимального управления в такой постановке изучались давно [1; 2]. Одна из трудностей в этой задаче связана с тем фактом, что множество интегральных кривых дифференциального уравнения (2) и оптимальных траекторий в (1) не совпадают. Дело в том, что сразу же было замечено, что в (2) $v(x)$, как правило, разрывна по x (оптимальный режим обычно реализуется на границе множества допустимых значений управления как релейное управление ± 1 , например, если $|u| \leq 1$). И поэтому возникает проблема с разрешимостью дифференциального уравнения с разрывной правой частью. Для того чтобы обеспечить совпадение множества траекторий (1) и (2) В. Г. Болтянским [1] были введены дополнительные ограничения на задачу в виде понятия регулярного синтеза. Эти ограничения несколько смягчались в последующих работах. Фактически это понятие требует специального поведения траекторий в окрестности поверхности разрыва (у нас это поверхность переключения управления). Требуется, чтобы траектории «не залегали» на поверхности разрыва (т. е. время пребывания на этой поверхности должна иметь меру нуль). Например, требуемое поведение в линейных системах управления будет обеспечено, если система является нормальной. Для этого достаточно, чтобы в задаче выполнялось так называемое условие общности положения [1; 2].

В большинстве работ рассматривались задачи, у которых критерием качества было время быстрогодействия и отсутствовали ограничения на фазовые траектории. В данной работе рассматривается терминальный линейный критерий качества и предполагается, что имеются фазовые ограничения типа равенства на правом конце. Эти изменения непосредственно сказываются на виде поверхности переключения, которая существенно отличается от линий переключения в задаче быстрогодействия.

Для построения поверхностей переключения в рассматриваемой задаче используются необходимые и достаточные условия оптимальности невырожденных опорных управлений, полученные в работах [2; 3]. Структура оптимального управления давно известна (например, исходя из принципа максимума Понтрягина). Она в невырожденных задачах проста – это чередование функций $u^0 = +1$ и $u^0 = -1$ в определенные моменты. Ясно, что эти моменты зависят от того положения, где объект находится в начальной позиции $s(x) = (s_1(x), s_2(x), \dots, s_m(x))$. В работе [3] получены дифференциальные уравнения для моментов переключения как функций начальной позиции. Эти уравнения получены в окрестности некоторой оптимальной

траектории, и в параметры этого дифференциального уравнения входят отдельные элементы базовой траектории. Полученные уравнения имеют вид дифференциальных уравнений Пфаффа, ключевой особенностью которых является их переопределенность (т. е. когда число дифференциальных уравнений больше числа неизвестных функций). Решение этих уравнений позволяет построить искомое синтезирующее управление – оно будет чередовать $u^0 = +1$ и $u^0 = -1$ в соответствующие моменты переключения, которые определяются путем простого вычисления значений найденной функции $s = s(x)$.

В данной работе построены функции переключения для иллюстративных примеров размерности $n = 2$ и $n = 3$. В частности, для случая $n = 2$ рассмотрена следующая задача оптимального управления:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u, |u| < 1 \end{cases} \begin{cases} x_2(1) \rightarrow \max \\ x_1(1) = \frac{1}{8} \end{cases} \begin{cases} x_1(\tau) = (\xi_1) \\ x_2(\tau) = (\xi_2) \end{cases}$$

Искомая функция переключения $s = s(\tau, \xi_1, \xi_2)$ релейного управления, зависящая от произвольного начального состояния (τ, ξ_1, ξ_2) удовлетворяет системе дифференциальным уравнения Пфаффа вида:

$$\frac{\partial s}{\partial \xi_1} = \frac{1}{2(1-s)}; \frac{\partial s}{\partial \xi_2} = \frac{1-\tau}{2(1-s)}; \frac{\partial s}{\partial \tau} = \frac{1-\tau-\xi_2}{2(1-s)}.$$

Решение этой системы уравнений можно найти методом характеристик, и это решение имеет вид $s(\tau, \xi_1, \xi_2) = 1 - \sqrt{\frac{5}{8} - (\tau - 1)\xi_2 - \xi_1 - \tau + \frac{\tau^2}{2}}$.

Список использованных источников

1. Болтянский, В. Г. Математические методы оптимального управления / В. Г. Болтянский. – М. : Наука, 1973.
2. Gabasov, R. Optimal Feedback Control. Lectures Notes in Control and Inform Scien / R. Gabasov, F. M. Kirillova, S. Prischepova. – Berlin : Springer-Verlag, 1995. – 207 p.
3. Constrained Control Theory for Differential Linear Repetitive Processes / M. Dymkov [et al.] // SIAM J. Control Optim. – 2008. – Vol. 47, № 1. – P. 396–420.

Л. К. Голенда

кандидат экономических наук, доцент

Н. Н. Говядинова

доцент

БГЭУ (Минск)

РОЛЬ ФИНАНСОВО-ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ КОМПАНИЙ В ЦИФРОВИЗАЦИИ ФИНАНСОВОЙ СФЕРЫ

Стремительному развитию индустрии финансовых технологий (финтех) на постсоветском пространстве, вопреки расширению санкций в отношении стран ЕАЭС, способствует повышение роли стартапов, технологических компаний, финансовых институтов и поставщиков инфраструктурных услуг, обеспечивающих слияние финансов и новых информационных технологий. Эти участники рынка создают инновационные решения для банкинга, страхования, оказания посреднических услуг на рынке недвижимости, фондовых бирж и быстрее классических финансовых организаций интегрируют инновации, формируют и представляют новые продукты и услуги, трансформируют бизнес-модели.

Отличительной чертой финтехкомпаний является способность создавать и использовать инновации, наиболее перспективные из которых – технологии больших данных и их анализ, мобильные технологии, искусственный интеллект, роботизация, биометрия, распределенные реестры и облачные технологии. При этом в большей степени разработки финтехкомпаний ориентированы на конечного потребителя и трансформируют традиционные финансовые услуги и продукты. Финтехкомпания используют совокупность современных информационных